Exercice 1 : QCM non pénalisant

1.**Réponse a** Le module devient 4 et l'argument devient $-\pi/2$ donc on obtient 4 x (-i)

Autre méthode : mettre le nombre complexe dans la variable Z (STOre -> Z) et demander Z^2 : la machine donne -4i !

(le ***i*** est en bas avec la touche point .)

2. **Réponse d** Le module devient ½ et l'argument devient positif : $+\pi/4$

3. **Réponse b** On essaye tout ou alors : on a $\omega^2= 4$ donc $\omega = 2$ ou -2 : c'est le nombre qui doit être devant x (le ωx +…)

4. **Réponse b** $p(X > 8) = e^{-(0,2 \times 8)} = 0,20189…$

Exercice 2 :

1. $u_1=6,2$ et $u_2=5,48$
2. Formule : = B2*0,4 + 3
3. Conjecture : (u_n) tend vers 5
4. L'entier N affiché par l'algorithme est le plus petit entier à partir duquel l'écart entre u_n et 5 devient inférieur à 0,01

5.a. On a $v_n=v_oq^n = 3 \times 0,4^n$ (qui n'est pas égal à $1,2^n$!!)

b. On a $-1 < 0,4 < 1$ donc $\lim v_n = 0$

c. On a ensuite $u_n = 5 + v_n$ donc $\lim u_n = 5 + 0 = 5$, ce qui démontre la conjecture faite au 3.

Exercice 3 :

1. L'équation différentielle est de la forme $y'+ay=b$ donc $y = Ce^{-at} + b/a = Ce^{-0,04t} + 0,8 / 0,04 = C e^{-0,04t} + 20$ avec C réel

La condition initiale $g(0)=100$ donne $C + 20 = 100$ donc $C= 80$ puis $y = 80\, e^{-0,04t} + 20$

2.a. Au bout de t=30min, on a $y = 80\, e^{-0,04 \times 30} + 20 = 44,0955…> 37$°C donc la grand-mère s'est un peu trompé.

b. Cherchons t pour avoir $y = 37 \Leftrightarrow e^{-0,04t} = 17/80$ puis $-0,04t = \ln (17/80)$ donc $t = -\frac{1}{0,04}\ln (17/80) = 38,72033227..$ min

donc $t = 38$ min + 0,72033227x60 secondes = 38min et 43 secondes environ.

Autre méthode : mettre y en Y_1 et 37 en Y_2 et chercher l'intersection des deux courbes (2nd Calculs/5 : intersect)

Exercice 4 : **Partie A .** L suit une loi normale $N(75, 0,25^2)$ soit $\mu = 75$ et $\sigma = 0,25$

1. On a donc $p(74,4 < L < 75,6)$ = normalFrep(74,4 , 75,6 , 75, 0,25) = 0,9836..= 0,984 à 10^{-3} près

2. On doit avoir $h= 2\sigma$ car c'est un résultat du cours ($p(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0,95$) donc $h = 2 \times 0,25 = 0,5$

Partie B . 1. Il s'agit d'une expérience de Bernoulli (succès p = 0,02 échec q= 0,98) répétée n = 20 fois dans les mêmes conditions et de façon indépendante, donc le nombre X de succès suit une loi binomiale B(n,p) = B(20 , 0,02)

2. On a alors $p(X= 0)$ = binomFdp(n, p, k) = binomFdp(20 , 0,02 , 0) = 0,6676… = 0,668 à 10^{-3} près

3. $P(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 0,332$ à 10^{-3} près

4. L'espérance d'une loi binomiale est facile : $E(X) = np = 20 \times 0,02 = 0,4$

Donc en moyenne, sur 20 pièces, il y en aura 0,4 de non conforme…

Ou plutôt : sur 200 pièces, 4 seront non conformes en moyenne

(Ou 40 sur 2000 etc..)

Partie C : 1. p=2%=0,02 et n= 80 > 30. On a np =1 ,6 < 5 et n(1-p) > 5. Les conditions ne sont pas toutes remplies !

l'intervalle de fluctuation asymptotique à 95% I_{FA} = [-0,01 ; 0,051]. Le signe moins venant de la condition non remplie…

2. Dans l'échantillon, on a $f = 3/80 = 0,0375$

3. La fréquence observée f appartient à l'I_{FA} donc on ne rejette pas l'hypothèse que la machine est bien réglée : on ne la révise pas, au risque 5%